1. Generalităţi

Sã considerãm un circuit logic la intrarea cãruia se aplicã o succesiune de simboluri aplicate consecutiv în timp , fie ele de exemplu 011100101 ....Fãcând o corespondenţã între simbolurile 0 şi 1 pe de o parte şi tensiuni de 0 volţi şi respectiv U volţi pe de altã parte, semnalele de la intrarea şi ieşirea circuitului logic vor arãta ca în figura 1.1.

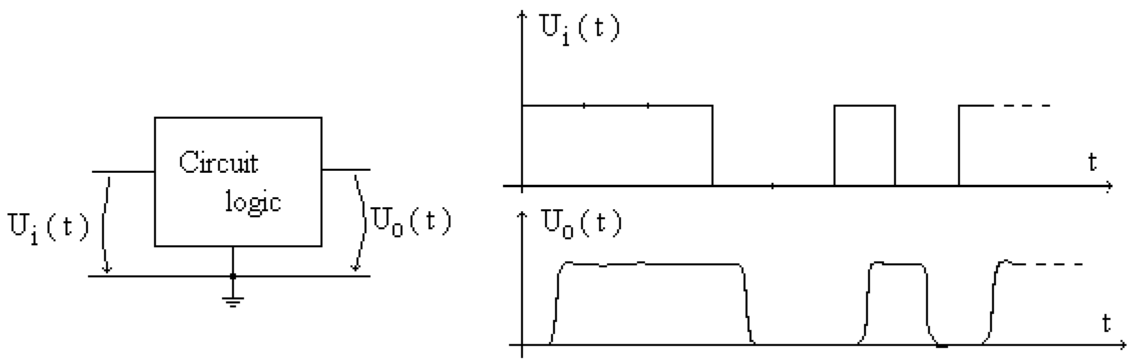

Fig. 1.1. Semnalul la intrarea şi ieşirea unui circuit logic

Din fig.1.1. se observã cã, de regulã, semnalul de la ieşirea circuitului este atât deformat cât şi întârziat comparativ cu cel de la intrare.

În general circuitele logice sunt circuite electronice care lucreazã cu semnale de tip impuls. Prin impuls se înţelege tensiunea (curentul) care acţioneazã în dispozitiv în decursul unui interval mic de timp , comparabil cu durata proceselor tranzitorii din dispozitiv. Forma **idealã** şi cea **realã** a unui semnal de tip impuls este cea prezentatã în fig.1.2

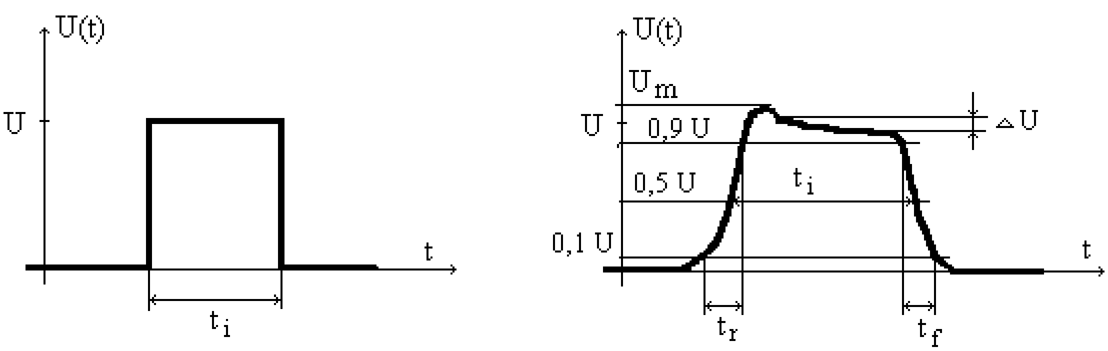

Fig.1.2. Forma idealã şi cea realã pentru un impuls

Notaţiile utilizate semnificã : U - amplitudinea impulsului ; Δ U - cãderea de palier ; t_i - durata impulsului ; t_r - timpul de ridicare (durata frontului crescãtor - rise time) ;
t_f - timpul de cãdere (durata frontului descrescãtor - fall time) ; U_m - amplitudinea de depãşire.

Pentru sinteza semnalelor de tip impuls sunt folosite semnalele elementare prezentate mai jos. În fig.1.3. sunt reprezentate aceste semnale şi apoi în fig.1.4. modul de combinare a lor pentru obţinerea de impulsuri dreptunghiulare, trapezoidale şi exponenţiale .

Semnal treaptã de amplitudine E aplicat în momentul t_1 :

$$U(t)=\begin{cases}0 & pentru \quad t<t_1\\ E/2 & pentru \quad t<t_1\\ E & pentru \quad t>t_1\end{cases}$$

Semnal rampã de pantã k aplicat în momentul t_1 :

$$U(t)=\begin{cases}0 & pentru \quad t\leq t_1\\ k(t-t_1) & pentru \quad t>t_1\end{cases}$$

Semnal exponențial de constantã de timp τ şi valoare finalã E aplicat în momentul t_1 :

$$U(t)=\begin{cases}0 & pentru \quad t\leq t_1\\ E(1-e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}) & pentru \quad t>t_1\end{cases}$$

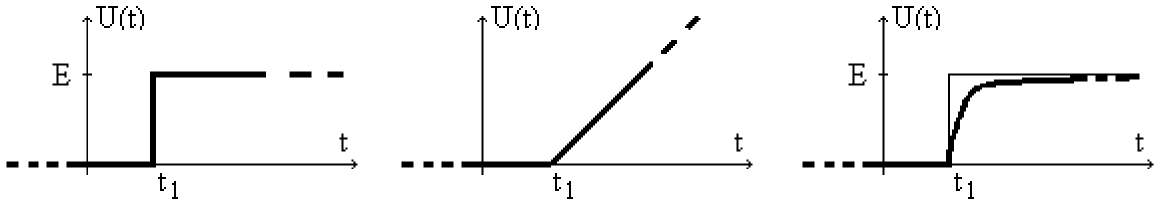

Fig.1.3. Semnale elementare treaptã, rampã şi exponențial

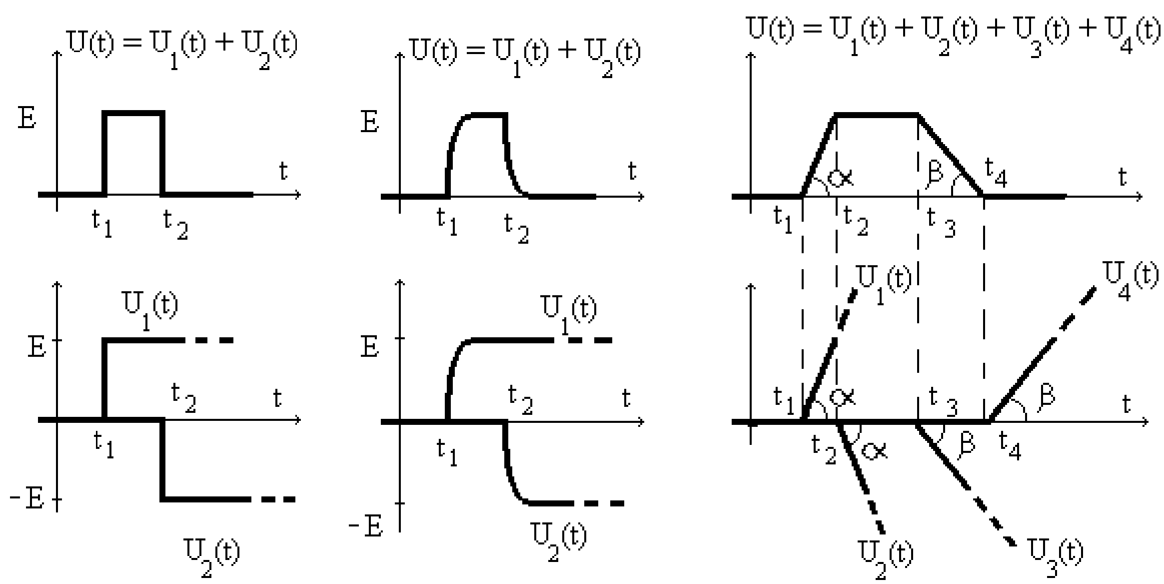

Fig.1.4. Impulsuri dreptunghiulare, exponențiale şi trapezoidale

Pentru analiza şi calculul proceselor tranzitorii din circuitele de impulsuri liniare se utilizeazã metodele clasice aplicate oricãrui circuit liniar :

- Metoda rezolvãrii euațiilor integro-diferențiale ce caracterizeazã circuitul (ecuații obținute în urma aplicãrii legilor Kirchoff);

- Metoda operaţională bazată pe utilizarea transformatei Laplace sau transformata z;
- Metoda spectrală bazată pe utilizarea transformatei Fourier;
- Metoda integralei Duhamel;

În cazul circuitelor circuitelor liniare se poate aplica principiul superpoziţiei : se descompune semnalul de intrare în semnale elementare , se află răspunsul circuitului pentru fiecare semnal în parte şi apoi prin însumarea răspunsurilor se poate determina răspunsul global al circuitului.
Integrala de convoluţie Duhamel se foloseşte pentru determinarea răspunsului $U_0(t)$ al unui circuit liniar la un semnal de intrare $U_i(t)$ oarecare, în condiţii iniţiale nule dacă se cunoaşte răspunsul indicial al circuitlui notat h(t) (răspunsul la semnal treaptă unitate) :

$$U_0(t) = U_i(t)\cdot h(0) + \int_0^t \left(\frac{dh(t)}{dt}\right)_{t=\theta} \cdot U_i(t-\theta)\cdot d\theta = U_i(t)\cdot h(0) + \int_0^t \left(\frac{dh(t)}{dt}\right)_{t=t-\theta} \cdot U_i(\theta)\cdot d\theta =$$

$$= U_i(0)\cdot h(t) + \int_0^t \left(\frac{dU_i(t)}{dt}\right)_{t=\theta} \cdot h(t-\theta)\cdot d\theta = U_i(0)\cdot h(t) + \int_0^t \left(\frac{dU_i(t)}{dt}\right)_{t=t-\theta} \cdot h(\theta)\cdot d\theta$$

Un caz particular al metodei rezolvării ecuaţiilor integro-diferenţiale

Există circuite pentru care în urma aplicării teoremelor Kirchoff se ajunge la ecuaţia diferenţială de ordinul unu scrisă sub forma :

$$\tau \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) \quad = \quad x(t) \tag{1.1}$$

unde τ este constanta de timp a circuitului, y(t) este răspunsul (curent sau tensiune) care se calculează şi x(t) este semnalul (curent sau tensiune) care excită circuitul.
Soluţia generală a ecuaţiei (1.1) se prezintă sub forma

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

unde $y_1(t)$ este soluția generală a ecuației omogene iar $y_2(t)$ este o soluție particulară de forma membrului drept.

Ecuaţia omogenă $\tau \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) \quad = \quad 0$ are soluţia $y_1(t) = k \cdot e^{pt}$ unde k este o constantă iar p este soluţia ecuației caracteristice $\tau \cdot p + 1 = 0$. Se determină $y_1(t) = k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ şi deci soluiţia generală se prezintă sub forma :

$$y(t) = k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + y_2(t) \tag{1.2}$$

În cazul în care semnalul x(t) care excită circuitul (fie el **curent** sau **tensiune**) este constant, atunci şi $y_2(t)$ este constant , adică $y_2(t) = y_2$ = const. Calculând valorile soluției y(t) pentru t = 0 şi pentru t = ∞ se determină

$$\begin{cases} y(0) = k + y_2 \\ y(\infty) = y_2 \end{cases} \quad \text{de unde} \quad \begin{cases} y_2 = y(\infty) \\ k = y(0) - y(\infty) \end{cases}$$

Cu alte cuvinte, presupunând că se pot preciza care sunt valorile soluției y(t) pentru momentele t=0 şi t=∞ , atunci soluția generalã a ecuației (1.1) se prezintã sub forma :

$$y(t) = y(\infty) + [(y(0) - y(\infty))] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (1.3)$$

Concluzie : Realția (1.3) pentru determinarea rãspunsului (curent sau tensiune) unui circuit electric se aplicã atunci când :

1. circuitul conține surse, rezistențe şi **un singur element reactiv** (capacitate sau inductanțã).
2. circuitul este excitat de semnale (tensiuni sau curenți) **constante**.
3. prin alte metode decât rezolvarea matematicã a ecuației, se poate determina valoarea inițialã y(0) şi cea finalã y(∞) a rãspunsului.

Observație : este posibil ca prin grupãri convenabile, un circuit care conține mai multe elemente reactive (de acelaşi fel – capacitãți sau inductanțe) sã conducã la descrierea comportãrii circuitului tot printr-o ecuație diferențialã de ordinul unu – de exemplu mai multe capacitãți care în scheme echivalente se dovedesc a fi în serie sau în paralel.

Regulã practicã pentru determinarea constantei de timp τ ce caracterizeazã un circuit : se pasivizeazã circuitul (sursa de tensiune scurtcircuit iar sursa de curent circuit întrerupt) iar apoi se calculeazã rezistența echivalentã, notatã R_{ech} care "se vede" de la bornele elementului reactiv. Constanta de timp este $\tau = C \cdot R_{ech}$ sau $\tau = \frac{L}{R_{ech}}$,dupã caz.

Conform relației (1.3), soluția y(t) reprezintã o variație exponențialã în timp între valoarea inițialã y(0) şi valoarea finalã y(∞) vezi fig.1.5.a.

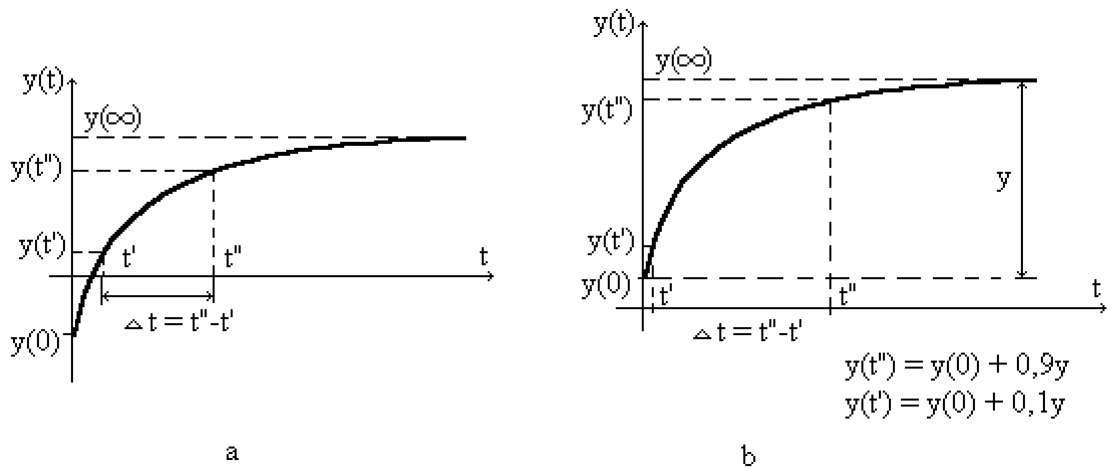

Fig.1.5. Variația exponențialã descrisã de soluția (1.3)

Cu ajutorul relației (1.3) se poate calcula intervalul de timp Δt = t"-t' în cursul cã ruia funcția y(t) ce variazã exponențial creşte de la valoarea y(t') la valoarea y(t"), fig.1.5.a şi b. Conform cu (1.3) :

$$y(t') = y(\infty) + [(y(0) - y(\infty))] \cdot e^{-\frac{t'}{\tau}}$$

şi de aici prin logaritmare se determinã t':

$t' = \tau \cdot \ln \dfrac{y(\infty) - y(0)}{y(\infty) - y(t')}$; În mod analog : $t'' = \tau \cdot \ln \dfrac{y(\infty) - y(0)}{y(\infty) - y(t'')}$

Prin urmare:

$$\Delta t = t'' - t' = \tau \cdot \ln \frac{y(\infty) - y(t')}{y(\infty) - y(t'')} \tag{1.4}$$

Cu această din urmă relație se pot evalua durate de fronturi, impulsuri, etc.

Aplicație numerică :Să se calculeze durata unui front cu variație exponențială – definit, conform fig.1.2. , ca fiind intervalul scurs între momentul în care frontul atinge 10% din întreaga variație şi momentul în care frontul atinge 90% din variațe.

Soluție : se notează y = y(∞)-y(0) şi folosind această notație se observă că y(t') = y(0)+0,1y şi y(t") = y(0)+0,9y ; înlocuind aceste valori în (1.4) se obține :

$$\Delta t = t'' - t' = \tau \cdot \ln \frac{y(\infty) - y(t')}{y(\infty) - y(t'')} = \tau \cdot \ln \frac{y(\infty) - y(0) - 0{,}1y}{y(\infty) - y(0) - 0{,}9y} = \tau \cdot \ln \frac{y - 0{,}1y}{y - 0{,}9y} = \tau \cdot \ln \frac{0{,}9y}{0{,}1y} \approx 2{,}2 \cdot \tau$$

Urmând un mod de calcul similar, durata frontului exponențial calculată între momentele în care se atinge 5% şi 95% din întreaga variație, va fi determinată cu $\Delta t = 2{,}94\tau$.

De aici formularea generală : **în circa 3…5 constante de timp o variație exponențială atinge practic valoarea sa finală.**