

- 2.1. Cea mai mare regiune “foarte_deschisă” este “craniu”.
 - 2.2. Regiunea “foarte_deschisă” care are o regiune “craniu” ca vecin este ea însăși “craniu”.
3. Reguli pentru “encefal”, “normal”, “posibil_infarct_cerebral”, “LCS” (lichid cerebro-spinal):
 - 3.1. Cea mai mare regiune “închisă/mediu/deschisă” care are “craniu” ca vecin este “encefal”.
 - 3.2. Regiunea “encefal” care este “închisă” este “LCS”.
 - 3.3. Regiunea “encefal” care este “mediu” este “posibil_infarct_cerebral”.
 - 3.4. Regiunea “encefal” care este “deschisă” este “normal”.
 4. Reguli pentru “posibil_infarct_cerebral”:
 - 4.1. Regiunea “posibil_infarct_cerebral” care nu are o regiune simetrică “posibil_infarct_cerebral” este “infarct_cerebral”. (încheierea citatului)
- a) Să se propună corecții la setul de reguli de mai sus. De exemplu, regula 2.2 poate conduce la erori: dacă se compară cu regula 3.1, se constată că o regiune “deschisă” ce este confundată cu una “foarte deschisă” și care se află în vecinătatea craniului va fi etichetată greșit drept craniu. Ar trebui adăugată o regulă privind grosimea maximă a regiunii “craniu”.
 - b) Să se scrie un fragment de cod care să implementeze aceste reguli în CLIPS.
 - c) Să se fuzzifice sistemul de reguli de mai sus, cu valori realiste pentru funcțiile de apartenență necesare. Scara de gri se consideră $[0, 256]$. Să se asocieze și grade de încredere în reguli, în mod realist. Să se comenteze alegerea funcțiilor de apartenență.
 - d) Să se transcrie sistemul de reguli într-o interpretare probabilistă și să se implementeze folosind FuzzyCLIPS.

Observație. Aplicațiile propuse în problemă nu au fost abordate în lucrarea citată și, cu certitudine, dacă sunt probate pe un număr semnificativ de imagini, vor conduce la o metodă mai bună de segmentare și etichetare (clasificare) automată a regiunilor de pe tomografiile cerebrale.

2. Dacă realizați până la capăt această aplicație, nu uitați că autorul problemei propuse este, de drept, co-autor al lucrării Dvs., deoarece a indicat în problemă metode de progres.

$$\varepsilon = \frac{\text{valoare determinată} - \text{valoare reală}}{\text{valoare reală}} \cdot 100\%$$

Depinde eroarea de forma triunghiului? Extindeți discuția la o problemă completă, precum cele din capitolul 6.

79. Se poate reduce durata medie de răspuns a unui sistem bazat pe cunoștințe și care este implementat în FuzzyCLIPS, dacă se dispune de cunoștințe specifice (de ce tip? precizați) asupra mulțimii problemelor de rezolvat și dacă se utilizează judicios comanda `saliency`?
80. Operația de defuzzificare este concepută să determine o valoare numerică “reprezentativă” pentru funcția de apartenență. În cadrul teoriei probabilității, pentru o distribuție de probabilități dată, se folosește în acest scop estimatorul de ordin 1, adică media. Comparați asignarea unei valori reprezentative pentru o funcție de apartenență prin defuzzificare cu metoda centrului de greutate cu asignarea realizată prin metoda estimatorului de ordin 1 pentru distribuții de probabilitate. Pentru aceasta, întâi scrieți cele două formule.
81. Precizați, în legătură cu figura 3 și cu problema anterioară, o deficiență conceptuală a metodei maximului (MOM) de de-nuanțare (defuzzificare).



Fig. 3.

82. Într-o lucrare de interes, “A Rule-Based Approach to Stroke Lesion Analysis from CT Brain Images” (<http://ipg.zesoi.fer.hr/papers/ispa01ex.pdf>, accesată 20 noiembrie, 2004), M. Matesin, S. Lončarić și D. Petravić propun un set de reguli pentru a determina, pe o imagine tomografică (în nuanțe de gri) a creierului, eventualele zone de accident cerebro-vascular (infarct cerebral). Aceste reguli sunt de forma (reproduse aici, după autori cități, cu mici adaptări):

“1. Reguli pentru “fundal”:

1.1. Cea mai mare regiune “foarte închisă” este “fundal”.

1.2. O regiune “foarte închisă” sau “închisă” care are vecină o regiune de fundal este fundal (regulă utilă în contopirea regiunilor de același tip)

1.3. Regiunea care are numai un vecin și pentru care vecinul este “fundal” este și ea “fundal”.

2. Reguli pentru “craniu”:

grafic un triunghi; o funcție cu grafic triunghi isoscel; o funcție de tip gaussian; o funcție de tip interval (cu grafic tip “impuls dreptunghiular”; o funcție cu grafic trapezoidal; o funcție cu grafic trapez isoscel; o funcție rațională de ordin (2, 2); nici una dintre aceste variante; toate cele de mai sus.

72. Ecuația
$$y(x) = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_{\tilde{A}_i}(x) \cdot B_i}{\sum_{i=1}^n \mu_{\tilde{A}_i}(x)},$$
 unde \tilde{A}_i notează mulțimi fuzzy iar $B_i \in \mathbf{R}$,

corespunde :

unei operații fuzzy aritmetice; reuniunii mai multor mulțimi fuzzy; oricărei metode de inferență; unei metode de defuzzificare; metodei de defuzzificare c.o.g.; unui sistem fuzzy Mamdani; unei implicații fuzzy cu mai multe premise; unei funcții caracteristice de sistem fuzzy Sugeno; operatorului de defuzzificare “înălțime maximă”; unei funcții caracteristice de sistem fuzzy Mamdani; nici uneia dintre aceste variante; la toate aceste variante.

7.5. FuzzyCLIPS

73. În FuzzyCLIPS se folosește metoda de defuzzificare
 c.o.g. (centrul de greutate) Max (MOM) nici una dintre cele două ambele
74. Adesea, în cazul sistemelor fuzzy, se consideră că funcțiile de apartenență pentru variabilele fuzzy unidimensionale au ca univers de discurs întreaga dreaptă reală. Este aceasta posibil în FuzzyCLIPS?
75. Trebuie declarat același univers de discurs pentru toate funcțiile de apartenență ale variabilelor fuzzy manipulate într-un program, în FuzzyCLIPS?
76. Răspundeți la următoarele întrebări și cerințe:
 a) Ce reprezintă modificatorii în Fuzzy CLIPS. Dați exemple de modificatori.
 b) Pseudocod pentru calculul COG (defuzzificare).
77. Căutați pe Internet manualul de la FuzzyCLIPS și identificați cel puțin trei erori sau ambiguități de exprimare, privitor la mulțimile fuzzy, sau la sistemele fuzzy.
78. Estimați eroarea de defuzificare datorată discretizării inerente în FuzzyCLIPS, pentru o funcție de apartenență triunghiulară oarecare (a, b, c) . Eroarea se va determina sub forma erorii relative:

$$\theta(t) = \begin{cases} 30 + 5 \cdot t \bmod 20 & , \text{pentru } t \bmod 20 \in [0,10] \\ 80 - 5 \cdot (t - 10) \bmod 20 & , \text{pentru } t \bmod 20 \in [10,20] \end{cases}$$

unde funcția a mod b (modulo) returnează restul împărțirii lui a la b.

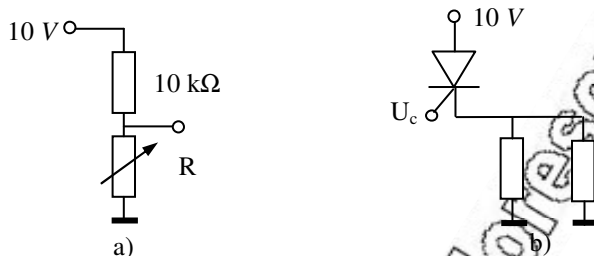


Fig. 2.

Datorită neliniarității circuitului de măsură și datorită incertitudinilor asupra parametrilor incintei termice (inclusiv asupra proprietății “sarcinii” termice constituită de circuitele electronice testate), se adoptă un control neliniar, fuzzy, a temperaturii. Încălzirea incintei se face cu un set de rezistoare, comandate schematic ca în figura 2(b).

a) Desenați graficul funcției $\theta(t)$.

b) Determinați un sistem tip Sugeno-Takagi care poate – cel puțin principal – realiza controlul satisfăcător.

69. Notația (prescurtarea) în limba engleză “RBF”, folosită și în limba română în domeniul sistemelor fuzzy și rețelelor neuronale, corespunde sintagmelor:

rotație de bandă fuzzy; reducere discretă fuzzy; funcție de bandă radială; funcție rațională de bază; funcție de bază radială; unei operații raționale cu mulțimi de bază fuzzy; oricărora dintre aceste variante; nici una dintre aceste variante.

70. O funcție de tip RBF satisface condiția sau condițiile:

- $f(x) = 2f(-x)$; $f(x) = -f(x)$; $f(x) = |f(x)|$; $f(x) = f(-x)$;
 $f(x) = -f(-x)$; $f(\bar{x}) = f(-\bar{x})$; $f(\bar{x}) = f(-\bar{x})$; $f(\bar{x}) = -f(\bar{x})$;
 $\exists \bar{a} \in \mathbf{R}^n : f(\bar{x}) = f(\bar{x} - \bar{a})$; $\exists \bar{a} \in \mathbf{R}^n : f(\bar{x}) = f(|\bar{x} - \bar{a}|)$;
 $\exists \bar{a} \in \mathbf{R}^n : f(\bar{x} - \bar{a}) = f(\bar{x} + \bar{a})$; $\exists \bar{a} \in \mathbf{R}^n : f(\bar{x}) = f(\bar{x} + \bar{a})$;
 nici una dintre aceste condiții.

71. Care dintre următoarele funcții este/sunt de tip “cu bază radială”?

funcțiile sinusoidale; o funcție $f(x) = A \cos(x)$, $A \in \mathbf{R}$ pe intervalul $[0, 2\pi]$ și 0 în rest; o funcție liniară oarecare; o funcție pătratică oarecare; o funcție ce are ca

64. Dați regulile care descriu un sistem fuzzy cu defuzzificare prin metoda centrului de greutate și care modelează un sistem numeric a cărui funcție caracteristică este $f(x) = x^2$. Modelul trebuie să satisfacă următoarele condiții:
- să lucreze în intervalul $x \in [0, 10]$;
 - numărul de grade lingvistice la intrare este 5;
 - numărul de grade lingvistice al ieșirii este 7;
 - funcțiile de apartenență ale intrării și cele ale ieșirii sunt triunghiulare;
 - funcțiile de apartenență ale ieșirii au aceeași formă (sunt reprezentate prin triunghiuri egale);
 - eroarea de aproximare a sistemului numeric prin sistemul fuzzy trebuie să fie cât mai mică.

Prezentați descrierea completă a sistemului fuzzy.

65. Două sisteme numerice (crisp) sunt înseriate. Pentru fiecare sistem crisp se contruiește câte un sistem fuzzy, dotat cu defuzzicare prin metoda centrului de greutate și care modelează sistemul crisp respectiv. Eroarea de aproximare este 1, respectiv 2. Determinați eroarea totală de aproximare a sistemului înseriat.

66. Fie un sistem numeric crisp cu funcția caracteristică $f(x) = x$, $x \in [0, 10]$. Descrieți un sistem fuzzy cu defuzzificare prin metoda centrului de greutate și care modelează sistemul crisp cu o eroare maximă 0.5 în intervalul $[0, 10]$. Sistemul trebuie să aibă cât mai puține grade lingvistice pentru intrare și ieșire.

67. Fie o clasă de sisteme numerice crisp. Pentru fiecare sistem al clasei, funcția caracteristică $f(x)$, $x \in [a, b]$ aparține tubului de funcții mărginite de $f_1(x)$ și $f_2(x)$, $f_1(x) < f_2(x)$, $\forall x \in [a, b]$. Toate funcțiile $f(x)$ sunt monotone. Este posibil să se construiască un sistem fuzzy care să descrie toate aceste sisteme crisp? Este posibil să minimizezi eroarea de aproximare prin modificarea funcțiilor de apartenență de intrare și de ieșire. Explicați detaliat.

Comentariu: Aceste exerciții explică portabilitatea și versatilitatea sistemelor fuzzy. Explicați acest comentariu.

68. Se măsoară temperatura într-o incintă cu montajul din figura 2(a), unde rezistența variabilă reprezintă un termistor cu legea de variație a rezistenței funcție de temperatură dată de expresia

$$R = Ae^{-B/\theta} = 10 \cdot e^{-0.3(\theta - 325)}$$

unde A , B sunt constante. Incinta este folosită pentru teste termice pentru subansamble electronice (plăci de circuit). Informația despre temperatura astfel obținută este folosită pentru a controla temperatura incintei, conform unei legi de variație în timp de forma:

60. a) Să se reprezinte două numere aproximative (fuzzy) “triunghiulare” sau “trapezoidale”, \tilde{a} , \tilde{b} , precum și un număr crisp (real), c , la alegere.
- b) Să se scrie relațiile de definiție ale adunării și înmulțirii pentru două numere fuzzy și să se particularizeze pentru cazul în care unul dintre numere este crisp.
- c) Să se aplice definițiile pentru $\tilde{d} = \tilde{a} + \tilde{b}$, $\tilde{d} = \tilde{a} - \tilde{b}$, $\tilde{d} = \tilde{a} + c$, $\tilde{d} = \tilde{a} \cdot c$ și să se deseneze rezultatele operațiilor.
61. Să se stabilească o schemă de control fuzzy și tabelul corespunzător de reguli pentru un regulator al poziției unui pendul invers de parametri necunoscuți sau variabili în timp. Poziția de echilibru a pendulului invers se consideră verticală.
62. Considerăm o buclă care cuprinde un sistem fuzzy cu defuzzificator și un sistem liniar crisp, ca în figura 1. Alegeți un set de reguli și seturi de funcții de apartenență de intrare și de ieșire care să definească sistemul fuzzy. Presupunem că defuzzificarea este realizată prin metoda centrului de greutate. Considerați că bucla lucrează în timp discret. Apoi analizați comportarea dinamică în timp discret a buclei, la nivel de descriere lingvistică, pentru diverse valori ale câștigului G în sistemul crisp. Reprezentați comportarea dinamică iterativă a buclei la nivel numeric.

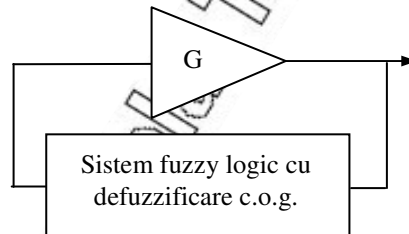


Fig. 1.

63. Este posibil să se construiască un sistem lingvistic cu o intrare și cu o ieșire care să aibă 5 grade lingvistice la intrare, respectiv 7 grade lingvistice la ieșire în setul de reguli?
- Numai regulile bazate pe inferențele IF...THEN sunt permise. Discutați problema și dați exemple pentru cazurile:
- în reguli, gradul de încredere al ieșirii este întotdeauna 1, și gradul de încredere al regulii este 1;
 - în reguli, gradul de încredere al ieșirii este mai mic decât 1, iar gradul de încredere al regulii este întotdeauna 1;
 - în reguli, gradul de încredere al ieșirii este întotdeauna 1, dar gradul de încredere al regulii poate fi mai mic decât 1.

52. Se consideră un sistem fuzzy Sugeno adaptiv cu regulile:

Dacă $x \in A$ atunci $y = \beta_1$

Dacă $x \in B$ atunci $y = \beta_2$

Dacă $x \in C$ atunci $y = \beta_3$

unde:

$$\mu_{\tilde{A}}(x): (4, 6, 8, 9) \quad \mu_{\tilde{B}}(x): (-10, 1, 5, 12) \quad \mu_{\tilde{C}}(x): (2, 4, 6)$$

În regulile de mai sus, $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ reprezintă parametrii sistemului. Sistemul are defuzzificare de tip centru de greutate (c.o.g.). Să se prezinte cât mai concret și mai în detaliu o modalitate de adaptare a sistemului așa încât ieșirea acestuia să aproximeze cât mai bine pe intervalul $x \in [3, 7]$ funcția $g(x) = y = x^2 - 2x$. Se va preciza explicit criteriul de optim ales și metoda de adaptare folosită.

53. Descrieți complet un sistem fuzzy Sugeno de ordin zero, cu două intrări. Utilizați trei funcții de apartenență de intrare și câte cinci funcții de apartenență pentru fiecare ieșire. Alegerea tipului de funcții de apartenență este la discreția Dvs.

54. Descrieți cum se poate obține funcția caracteristică (funcția de intrare-ieșire), pentru un sistem fuzzy de tip Sugeno cu defuzzificare.

55. Există predefinite în FuzzyCLIPS operații aritmetice fuzzy? Cum se definesc aceste operații (matematic)?

56. Fie funcția $f(x) = 5 - (x - 3)^2$. Desenați graficul funcției $f(x)$ și arătați că - și cum - această funcție poate fi aproximată rezonabil, pe intervalul $[0, 6]$, cu un sistem fuzzy Sugeno de tip zero, cu defuzzificare; sistemul are o intrare și o ieșire și folosește cinci funcții de apartenență de intrare. Realizați un program în FuzzyCLIPS pentru a ilustra soluția.

57. Reluați problema anterioară folosind ca aproximator un sistem de tip Mamdani.

58. Se spune că un sistem fuzzy este un sistem bazat pe cunoștințe. Care este atunci graful lui de inferență? Exemplificați pe un caz concret. Câți pași are inferența (care este înălțimea arborelui de inferență)?

59. Să se descrie în termeni lingvistici funcționarea unui sistem de termostatare. Să se descrie (exemplifice) corespunzător tabelul de reguli și să se propună funcții de apartenență asociate. Se vor presupune cinci funcții de apartenență pentru variabila de intrare *temperatură*.

49. Comparați sistemele fuzzy de tip Sugeno de ordin 0 cu sistemele fuzzy de tip Mamdani. Pot fi considerate sistemele de tip Sugeno un caz particular al sistemelor de tip Mamdani? Extindeți comparația la sistem fuzzy Sugeno de ordin superior.
50. Un sistem fuzzy Sugeno cu defuzzificare prin metoda centrului de greutate (c.o.g.) folosește următoarea relație de defuzzificare:

$$\sum \frac{\partial \mu_i(x)}{\partial x} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \mu_i(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_i(x)} = \sum_i \frac{\int_{-\infty}^{\infty} y \cdot \mu_i(y) dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_i(y) dy}$$

nici una dintre cele de mai sus.

S-au folosit notațiile: x este variabila de intrare, y este variabila de ieșire, i este indicele funcției de apartenență, $\mu(x)$ este o funcție de apartenență de la intrare, $\mu(y)$ o funcție de apartenență de la ieșire.

51. Se consideră sistemul Sugeno cu următoarele reguli:

R_1 : Dacă x este \tilde{A}_1 atunci y este β_1

R_2 : Dacă x este \tilde{A}_2 atunci y este β_2

R_3 : Dacă x este \tilde{A}_3 atunci y este β_3

$\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{A}_3$ - mulțimi cu funcții de apartenență triunghiulare

$\tilde{A}_1 : (-2, 1, 3)$ $\tilde{A}_2 : (-1, 2, 4)$ $\tilde{A}_3 : (2, 4, 6)$

- a) Considerând $\beta_1 = -4$; $\beta_2 = 2$; $\beta_3 = 5$ și $x = 3,5$, deduceți valoarea defuzzificată a ieșirii.
- b) Pentru aceiași $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ scrieți expresia generală a funcției intrare/ieșire $y = y(x)$.
- c) Reprezentați grafic funcția de apartenență a mulțimii $(\tilde{A}_1 \cup \tilde{A}_2) \cap \neg \tilde{A}_3$.
- d) Considerând β_1 și β_2 ca mai sus și considerând β_3 parametru variabil, determinați β_3 pentru ca $y(2) = a \in \mathbf{R}$. În ce condiții (pentru ce valori ale lui a) problema are soluție?
- e) Considerând $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ parametri, prezentați metoda de adaptare a sistemului și schițați în pseudocod algoritmul de adaptare așa încât sistemul să prezinte un bun model pentru un proces cu funcția $g(x) = 2x + x^3$, pe intervalul $x \in [-1, 4]$.
- f) Realizați un program care să ilustreze cele de mai sus.

Indicație: Se poate folosi orice metodă de adaptare cunoscută.

Funcțiile de apartenență pentru cele două intrări sunt triunghiulare isoscele, $(0,1,2)$, $(1,2,3)$, $(2,3,4)$ pentru x_1 , respectiv $(-2, -1, 0)$, $(-1, 0, 1)$, $(0, 1, 2)$ pentru x_2 . Funcțiile de apartenență pentru ieșire sunt $(-4, -2, 0)$, $(-2, 0, 2)$, $(0, 2, 4)$.

a) Să se deseneze graficul funcției de apartenență a ieșirii pentru intrarea $(1,5; -1,5)$.

b) Să se calculeze valoarea de-nuanțată (defuzificată) pentru cazul de-nuanțării (defuzzificării) prin metoda centrului de greutate, pentru situația de la punctul a).

46. Se consideră o sinusoidă aproximată pe intervalul $[0, \pi/2]$ printr-un model fuzzy descris de reguli de forma:

Dacă x este \tilde{A} , atunci y este \tilde{B}

unde mulțimile fuzzy $\tilde{A}_i, i = 1, \dots, 5$ sunt triunghiulare și corespund interpolării în punctele $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, anume sunt $(0, 0, \pi/6)$, $(0, \pi/6, \pi/4)$, $(\pi/6, \pi/4, \pi/3)$, $(\pi/4, \pi/3, \pi/2)$, $(\pi/3, \pi/2, \pi/2)$. Mulțimile fuzzy \tilde{B}_i sunt de asemenea triunghiulare și corespund rezultatelor interpolării, fiind construite similar ca pentru mulțimile \tilde{A}_i .

a) Să se scrie expresia funcției caracteristice a interpolatorului, în intervalul de intrare $[\pi/6, \pi/4]$.

b) Să se scrie expresia erorii de aproximare a sinusoidii pe acest interval. (Se are în vedere eroarea pătratică euclidiană).

c) Considerați că alegerea punctelor de interpolare este cea mai bună alegere din punctul de vedere al erorii de aproximare? Justificați răspunsul.

47. Se consideră un sistem tip Sugeno cu regulile:

R_1 : Dacă $x \in \tilde{A}$ atunci $y = 3, 1$,

R_2 : Dacă $x \in \tilde{B}$ atunci $y = 6, 8$,

R_3 : Dacă $x \in \tilde{C}$ atunci $y = -4$,

unde $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}$ sunt mulțimile definite la problema 46. Considerând $x = 5,3$ să se calculeze valoarea defuzificată a ieșirii sistemului.

48. Considerând sistemul de la problema anterioară, cu deosebirea că valorile ieșirilor pentru cele 3 reguli sunt nedefinite, $\beta_1, \beta_2, \beta_3$, să se explice, preferabil scriind un pseudocod și folosind orice metodă se dorește pentru adaptare, cum putem adapta sistemul $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ astfel încât ieșirea să aproximeze cât mai bine pe intervalul de valori $x \in [3; 7]$, funcția $y = x^2$.

$$\mu_{\tilde{B}}(y)|_{x=x_0} = \mu_{\tilde{A}}(x_0) \cdot \mu_{\tilde{B}}(y)$$

Se presupune că funcțiile de intrare și cele de ieșire sunt de tip trapezoidal. Fie regula

Dacă x este \tilde{A} , atunci y este \tilde{B} .

$$x = x_0$$

$$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4) = (2, 3, 5, 7), \quad \tilde{B} = (b_1, b_2, b_3, b_4) = (-2, 0, 4, 6)$$

Să se deseneze rezultatul regulei pentru $x_0 = 2,5$ și pentru $x_0 = 4,5$.

Dacă se aplică metoda de defuzificare a centrului de greutate, rezultatul obținut pentru $x_0 = 2,5$ este: -0,5; 1; 1,5; 2; 3; 3,5; 4; 6.

Notăm cu \tilde{C} rezultatul regulei. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate:

$$\square \forall x_0 \quad \tilde{C} = \tilde{A} \cap \tilde{B}; \quad \square \forall x_0 \quad \tilde{C} = \tilde{A} \cup \tilde{B}; \quad \square \forall x_0 \quad \tilde{C} \subset \tilde{A} \cap \tilde{B};$$

$$\square \forall x_0 \quad \tilde{C} \supset \tilde{A} \cap \tilde{B}; \quad \square \forall x_0 \quad \mu_{\tilde{C}}(y)|_{x=x_0} \leq \mu_{\tilde{A}}(x_0);$$

$$\square \forall x_0 \quad \mu_{\tilde{C}}(y)|_{x=x_0} \leq \mu_{\tilde{B}}(x_0)$$

43. Se definesc două tipuri de implicație fuzzy prin relațiile:

$$a) \mu_{\tilde{B}}(y)|_{x=x_0} = \min(\mu_{\tilde{A}}(x_0), \mu_{\tilde{B}}(y))$$

$$b) \mu_{\tilde{B}}(y)|_{x=x_0} = \mu_{\tilde{A}}(x_0) \cdot \mu_{\tilde{B}}(y)$$

Să se arate că pentru orice mulțimi fuzzy \tilde{A} și \tilde{B} reale și pentru orice valoare $x_0 \in \mathbf{R}$, mulțimea fuzzy de la punctul (a) include mulțimea fuzzy de la punctul (b).

44. Să se scrie un sistem fuzzy de tip Sugeno-Takagi de ordin 0, care să aproximeze cât mai bine legea lui Ohm pe intervalul de valori a tensiunii $0V \leq U \leq 10V$ și pentru valori ale rezistenței $0\Omega \leq R \leq 10k\Omega$. Se vor folosi cinci reguli.

45. Se consideră un sistem fuzzy cu două intrări și o ieșire, cu regulile date în tabel.

		x_2		
		1	2	3
x_1	1	1	2	3
	2	3	2	1
	3	2	3	2

Răspuns. În cazul logicii binare, cele două reguli sunt implicit contradictorii: la defectare, nu se poate vorbi de distorsiuni la ieșire (nu apare semnal la ieșire), deci concluziile sunt de forma x este A respectiv x este $non-A$ ($A = funcțional$).

În cadrul logicii probabiliste, se poate completa sistemul de reguli astfel:

“Dacă temperatura chip-ului (tranzistorului final) depășește $80^{\circ}C$, atunci circuitul se defectează prin scurtcircuitare cu probabilitatea $p = \dots$ ”

“Dacă temperatura chip-ului (tranzistorului final) depășește $80^{\circ}C$, atunci apar distorsiuni de peste 10% la ieșire (în caz de nedefectare) cu probabilitatea $1-p$.”

39. i) Să se scrie expresiile a două funcții de apartenență triunghiulare pentru două mulțimi fuzzy diferite, \tilde{A}, \tilde{B} .

ii) Să se scrie expresia și să se deseneze graficul funcției de apartenență a mulțimii $\neg\tilde{A}$ ($non - \tilde{A}$).

iii) Să se deseneze graficul funcțiilor de apartenență ale mulțimilor $\tilde{A} \cup \tilde{B}$ și $\neg(\tilde{A} \cup \tilde{B})$.

40. Fie funcțiile de apartenență trapezoidale:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) : (4, 6, 8, 9), \quad \mu_{\tilde{B}}(x) : (-10, 1, 5, 12)$$

a) Să se reprezinte grafic funcțiile,

b) Să se scrie ecuațiile funcțiilor,

c) Să se deseneze graficul funcției de apartenență pentru $\neg\tilde{A}$, $\neg\tilde{A} \cap \tilde{B}$,

d) Să se calculeze $\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(8,5)$.

e) Considerăm regula: “Dacă x este \tilde{A} sau x este \tilde{B} , atunci y este \tilde{C} ”, unde $\tilde{C} = (2, 4, 6)$ și presupunem $x = 8,5$. Să se determine funcția de apartenență corespunzătoare ieșirii, precum și valoarea defuzzificată.

41. Care dintre următoarele relații definește intersecția a două funcții de apartenență?

$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{B}}(x)$

$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x)$

$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) / \mu_{\tilde{B}}(x)$

$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x))$

$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \max(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x))$

$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \min(1, \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x))$

$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \max(0, 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{B}}(x))$

42. Se consideră un sistem fuzzy cu o intrare și o ieșire, definit prin reguli de forma *IF*
Then și cu rezultatul implicației definit prin relația:

32. Alegerea următoarei reguli pentru activare se face prin strategia:
- cea mai recentă grad de specificitate arbitrar aleator
- trei strategii, anume în ordinea “cea mai specifică” – “cea mai recentă” – “.....”
- trei strategii, anume în ordinea “cea mai recentă” – “cea mai specifică” – “.....”
33. Refractoritatea este o strategie folosită în CLIPS pentru a evita:
- ordonarea activării regulilor, ordonarea faptelor în baza de fapte, evitarea buclelor infinite, împiedicarea activării de două ori a unei reguli pornind de la aceleași fapte, eliminarea din agendă a unei reguli activate de un set de fapte, împiedicarea dublării unui fapt în baza de fapte, prevenirea dublării unei reguli în baza de reguli.
34. În condițiile în care nu avem regulile structurate pe nivele de priorități și strategia este *depth-first*, agenda în CLIPS este asemănătoare ca funcționare cu: coada stiva lista registrul vectorul (masivul) lista circulară.
35. Dacă strategia motorului de inferență este “cautare pe orizontală” (în lărgime) se produce o schimbare în răspunsul la problema anterioară?

7.4. Logica fuzzy și inferența în cadrul logicii fuzzy

36. Să se compare conceptul de funcție de apartenență cu conceptul de distribuție de probabilitate. Sunt semnificațiile similare? Dacă da, cât de profundă conceptual este similaritatea?
37. a) Să se definească intersecția a două mulțimi fuzzy.
 b) Să se dea două exemple de mulțimi fuzzy care se intersectează și să se deseneze graficele corespunzătoare.
 c) Pentru exemplele respective, să se deseneze graficul corespunzător mulțimii de intersecție.
 d) Să se demonstreze proprietatea, valabilă pentru orice mulțime fuzzy \tilde{A} care nu este mulțime clasică, anume:
 $\tilde{A} \cap \neg \tilde{A} \neq \Phi$. Puteți preciza dacă există vreo legătură între această proprietate și nesatisfacerea *principiului terțului exclus* în logica fuzzy?
38. Să se arate că următorul sistem de reguli dintr-un sistem bazat pe cunoștințe este eronat în cadrul unui sistem bazat pe logică binară, dar poate fi acceptat (corect) într-un sistem bazat pe logica probabilistă sau pe logica fuzzy. Să se completeze regulile cu informația necesară utilizării regulilor în cadrul ultimelor două logici.
- “Dacă temperatura chip-ului (tranzistorului final) depășește $80^{\circ}C$, atunci circuitul se defectează prin scurtcircuitare.”
- “Dacă temperatura chip-ului (tranzistorului final) depășește $80^{\circ}C$, atunci apar distorsiuni de peste 10% la ieșire.”

24. Scrieți în CLIPS o linie de comandă pentru a calcula 9! (nouă factorial)

25. Ce produc pe ecran liniile de cod de mai jos?

```
;; Corectează-erori

(deffacts persoane (Ion Popa George))

(defrule rule_1 (fact ?y & (> ?y 3) => (printout t popa crlf))
(defrule rule_2 (if < ?y 3) => (printout t gica t))
(defrule rule_3 (fact ?y) (test (> 3 ?y 2) => (printout crlf "1" ))
```

26. Ce se întâmplă dacă dăm comenzile de mai jos?

- (run)
- (run A)
- (run run)
- (run 3)
- (run 3.5 ms)
- (run >32)
- (run) (reset) (run)

27. Ce semnificație are fragmentul de cod:

```
(defrule rule_1
  (declare (salience N))
  (o condiție)
  =>
  (print conclusion crlf)
  (do that)
)
```

28. Câte grade de prioritate se pot da regulilor în CLIPS utilizând controlul `salience`?

- 3 10 100 1000 10000 peste 10000

29. Care este valoarea implicită a priorității regulilor (`salience`) în CLIPS?

30. Cum poate fi folosit controlul `salience` pentru optimizarea programului?

31. Reguli activate de faptele existente în BF sunt plasate în:

- baza de date baza de cunoștințe agendă memoria activă
- memoria virtuală interfața expert regiștri

CLIPS> ; ; ;

după care se apasă tasta “ENTER”. Pe ecran nu apare nimic, nici măcar pointerul. De ce?

Răspuns:

20. Se pornește CLIPS și apoi se scrie de la linia de comandă:

```
CLIPS> (deffacts nume_Fact (trei 3))
CLIPS> (run)
CLIPS> (reset)
CLIPS> (facts)
```

Ce va apare pe ecran?

.....

Câte fapte vor fi afișate?

21. Care dintre următoarele linii de comandă sunt eronate?

- CLIPS> (3+4)*5 CLIPS> (4+3)*5 CLIPS> (+3 4)*5
 CLIPS> (+ 3 4) * 5 CLIPS> ((3+4)*5 CLIPS> ((4+3)*5)
 CLIPS> ((+3 4)*5) CLIPS> ((+ 3 4) * 5)
 CLIPS> (* (+3 4) 5) CLIPS> (* (+ 3 4) 5)
 CLIPS> (*5 (+ 3 4)) CLIPS> 3+4*5 CLIPS> 5* (3+4)
 CLIPS> ; ; + 3 4

Rezultatul/rezultatele generate de linia/liniile corectate este/sunt:

...../.....

22. Ce apare pe ecran după fiecare dintre liniile de comandă de mai jos?

```
CLIPS> (* 1 2 3 4 5) .....
CLIPS> (* 1 2 3 4 5) .....
CLIPS> (*12 3 4 5) .....
CLIPS> (+ * 2 3 4) .....
CLIPS> (+ (* 2 3) 4) .....
```

23. Diferența dintre notația (forma) poloneză (forma prefix) și notația poloneză inversă (forma postfix) este că :

.....

Presupunem că se folosește logica probabilistă, iar probabilitățile asociate adevărului propozițiilor respective sunt respectiv q_1, q_2, q_3, q_4 . Se cunosc probabilitățile q_1, q_2, q_3 . Se cere să se determine expresia probabilității q_4 . Să se reia problema în cazul în care logica folosită este logica fuzzy clasică, iar q_1, q_2, q_3, q_4 reprezintă gradele de încredere în veridicitatea propozițiilor respective. Reluați problema pentru implicația $(p_1 \vee p_2) \wedge p_3 \Rightarrow p_4$.

14. Se consideră o propoziție compusă de forma $(p_1 \vee p_2) \vee p_3 \Rightarrow p_4$.

Presupunem că se folosește logica probabilistă, iar probabilitățile asociate adevărului propozițiilor respective sunt respectiv q_1, q_2, q_3, q_4 . Se cunosc probabilitățile q_1, q_2, q_3 . Se cere să se determine expresia probabilității q_4 . Să se reia problema în cazul în care logica folosită este logica fuzzy clasică. Reluați problema pentru implicația $(p_1 \wedge p_2) \wedge p_3 \Rightarrow p_4$.

7.3. CLIPS

15. Să se compare limbajul CLIPS cu un limbaj de programare precum C sau PASCAL. (Se va face comparația pe cca. ½ pagină: scopuri, variabile, tipuri de probleme ce pot fi abordate, manipularea memoriei etc.).

16. Să se prezinte pe scurt definiția “faptelor” (fact) în limbajul CLIPS.

17. Bifați toate răspunsurile corecte:

Spre deosebire de limbajul C, care este un limbaj de tip:

- decisiv (bazat pe decizii *if-then*) procedural declarativ
 bucolic (bazat pe bucle GOTO) orientat-obiect
 imperativ (bazat pe modificarea explicită a stării sistemului de calcul),

limbajul CLIPS este de tip:

- procedural algoritmic sistem de producție de fapte (bazat pe reguli)
 orientat-obiect

18. CLIPS este un limbaj:

- compilat interpretat corelat dempilat

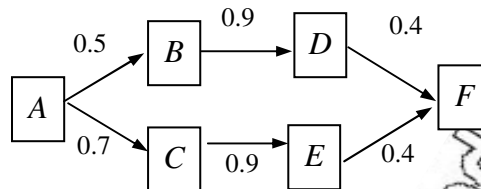
și ca o consecință directă se folosește la scrierea programelor un:

- editor help gorglator depanator (debugger)

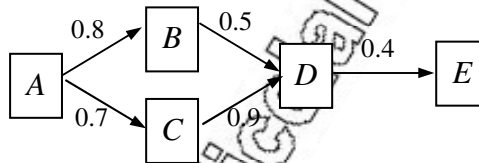
19. Se pornește CLIPS și apoi se scrie de la linia de comandă:

7.2. Inferența

5. Să se precizeze rolurile motorului de inferență într-un sistem expert.
6. Explicați ce sunt și de ce sunt utile gradele de încredere în reguli.
7. Se consideră următorul lanț de inferență probabilistă, cu probabilitățile corespunzătoare indicate în figură. Să se determine probabilitatea concluziei. Săgețile reprezintă implicații logice în logica probabilistă.



8. Se consideră următorul lanț de inferență probabilistă, cu probabilitățile corespunzătoare indicate în figură. Să se determine probabilitatea concluziei. Săgețile reprezintă implicații logice în logica probabilistă.



9. Să se descrie în amănunt algoritmul de căutare pe grafuri “întâi în adâncime”.
10. Comparați (concis, dar complet) “înlănțuirea înainte” cu “înlănțuirea înapoi”, în inferență, într-un sistem bazat pe cunoștințe. Unde apar aceste moduri de înlănțuire (bifați răspunsurile corecte): în baza de date, în baza de cunoștințe, în motorul de inferență, în interfața de utilizator, în nici una dintre acestea.
11. Alegeți un graf – care nu este arbore – cu 6 noduri și 10 conexiuni (muchii), apoi arătați cu detalii o modalitate de căutare pe graf. Algoritmul transformă acest graf într-un arbore, sau în mai mulți arbori?
12. Într-o inferență cu mai mulți pași, putem folosi logici diferite la fiecare pas? Dacă da, s-ar putea implementa în FuzzyCLIPS o astfel de inferență?
13. Se consideră o propoziție compusă, de forma $(p_1 \wedge p_2) \vee p_3 \Rightarrow p_4$.

7. Probleme recapitulative

Acest capitol este unul de concluzii, dar nu pentru volum, ci pentru cititor: încercând să dați răspunsuri la exercițiile și problemele de mai jos, veți putea trage concluzia câte cunoștințe ați reușit să deprindeți din acest volum și cât de mult puteți folosi în aplicații aceste cunoștințe. Unele din exerciții sunt banale, altele solicită oarecare efort în soluționare, iar unele, dintr-o a treia categorie, reprezintă adevărate subiecte de cercetare.

7.1. Noțiuni generale

1. Bifați (toate) răspunsurile corecte¹
 - i) Realizarea unui sistem expert presupune în mod necesar: că nu avem expert disponibil și că trebuie să deducem reguli, că structurăm cunoștințe pentru a le transforma în mulțimi fuzzy, că dispunem de o rețea neuronală, că va trebui creată o interfață specială pentru utilizator, că raționamentul va fi probabilist, diagnosticul poate fi pus – și tratamentul administrat – de o soră sau de un alt cadru medical mediu, fără intervenția medicului, o mașină specială de calcul paralel, nu știu.
 - ii) MYCIN a fost (sau este): primul inginer care a creat un sistem expert, un virus tratat cu ajutorul sistemelor expert, alături de EBOLA, un virus ce poate fi diagnosticat cu ajutorul unui sistem expert, un fizician care a propus primul sistem expert, un sistem expert, o firmă constructoare de sisteme expert, nu știu.
2. Răspundeți concis la următoarele cerințe:
 - i) Desenați schema de principiu a unui sistem expert.
 - ii) Descrieți funcțiile principalelor blocuri ale unui sistem expert.
 - iii) Descrieți concis, dar complet, funcțiile interfeței pentru utilizator.
3. Să se descrie (eventual printr-o diagramă) structura unui sistem expert.
4. Să se precizeze rolurile interfeței de utilizator într-un sistem expert. Să se precizeze în ce sens într-un motor de inferență se manipulează numai o anumită clasă de cunoștințe și cum se numește această clasă. Într-un sistem expert sunt separate două clase de cunoștințe. Care sunt acestea și care este scopul separării lor?

¹ Unele exerciții conțin și răspunsuri total fanteziste, destinate să descrețească fruntea cititorului, dar și să îl ajute să își testeze dobândirea vocabularului (terminologiei) corecte din domeniul cărții. Capacitatea de a folosi o terminologie adecvată de specialitate este una dintre caracteristicile care diferențiază un specialist de un începător sau un semi-doct.