

3. CAPITOLUL 3

Dinamica sistemelor expert în bucle de decizie. Modele economice fuzzy

Autor: Horia-Nicolai Teodorescu, Marius Zbancioc¹

1. Introducere

Scopul cercetarilor acestui raport este acela de a pune în evidență exemple de dinamica asociată sistemelor expert (ES) și sistemelor suport de decizie (DSS), ce utilizează logica fuzzy, atunci când aceste sisteme sunt utilizate în problemele din viața reală pentru a implementa procese de decizie și control.

Această temă a fost parțial dezvoltată în GAR 155/2003 (cu finanțare), dar a fost dezvoltată pentru acest Program Prioritar.

Modelul pe care l-am ales pentru a pune în evidență această dinamică (v. Raportul **GAR 155/2003**), a inclus la început doar două firme concurente (modelul fiind mai apoi generalizat, pentru a accepta un număr N de firme), ce reacționează într-un sistem economic, care reacționează cumpărând cu precădere produsul cel mai ieftin, ceea ce conduce la scăderea vânzărilor firmei cu produse scumpe.

Dinamica apare deoarece modificarea prețului (care este reacția firmei, politica firmei față de beneficiul avut la momentul respectiv) este lentă (cu întârziere). De asemenea, concurența răspunde cu întârziere la reacția firmei.

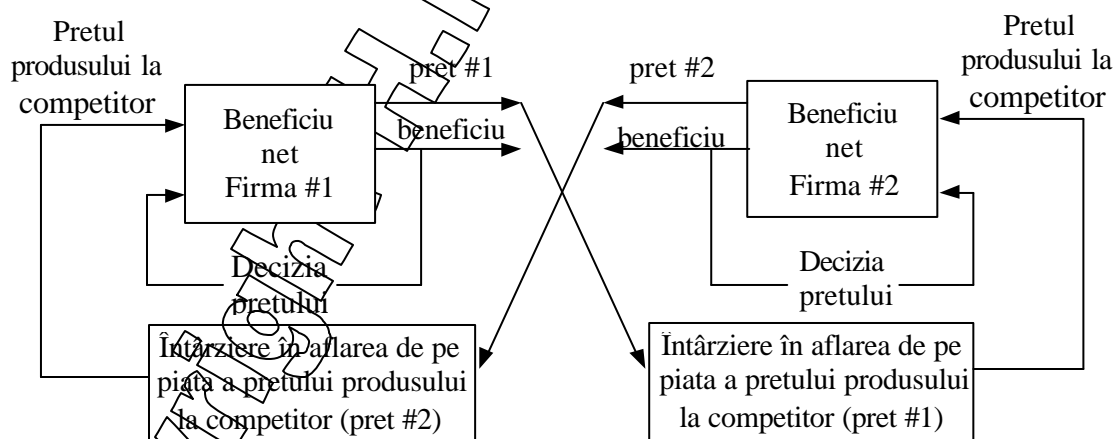


Fig. 1. – Diagrama sistemului dinamic (v. Raportul **GAR 155/2003**)

¹ Contribuția autorilor a fost benevolă, deoarece Programele Prioritare ale AR nu au fost finanțate în 2003.

Alegerea unui sistem economic, pentru a evidentia dinamica evolutiei pretului (si în mod implicit a beneficiului) unui firme nu este pur întâmplatoare, dat fiind faptul ca domeniul se bucura de un real interes de câteva zeci de ani; multi cercetatori aplicând proceselor macroeconomice, metode de dinamica sistemelor si teoria haosului, dat fiind faptul ca metodele statistice nu furnizeaza rezultate satisfacatoare atunci când în sistem este prezenta incertitudinea.

În aceasta situatie în care rationamentul este vag, imprecis, incert (mai apropiat de modul de gândire uman) este recomandat ca procesul de luare al deciziei sa fie modelat fuzzy. Relevanta acestui studiu rezida din faptul ca prin utilizarea logicii fuzzy se obtin modele mai realiste de luare a deciziei a companiilor competitoare de pe piata.

Ca mediul de programare, pentru simularea diferitelor variante ale acestui model economic, s-a ales limbajul FuzzyCLIPS, datorita facilitatilor oferite de acesta în implementarea sistemelor expert, fiind un limbaj bazat pe reguli, a seturilor de functii, operatori si modificatori fuzzy, precum si datorita posibilitatii de asociere de coeficienti de certitudine pentru reguli, cât si pentru faptele din baza de cunostinte.

Un astfel de generator de sisteme expert fuzzy ofera posibilitatea de a modifica, sterge sau introduce cu usurinta în program a unor noi seturi de reguli fuzzy si astfel de a urmări comportarea sistemului situatii cât mai diverse. Singurul inconvenient major este acela ca programatorul trebuie sa cunoasca foarte bine modul de functionare al motorului de inferenta (procesul de potrivire a faptelor peste pattern-urile regulilor, strategia potrivita ce trebuie setata pentru ordonarea adecvata a regulilor activate în agenda, etc.) pentru a evita astfel erorile de programare ce pot apare datorita flexibilitatii (lipsei de rigiditate în programare) limbajului.

Modelul clasic

Dupa cum s-a afirmat deja, ambele firme vând acelasi tip de produs (aceeasi calitate), cele doua produse fiind diferite doar în ceea ce priveste pretul de vânzare. Raspunsul pietei va fi, dupa cum este de asteptat, o scadere a vânzarilor, deci si a beneficiului pentru firma care practica un pret de vânzare al produsului mai mare.

Beneficiul firmei se stabileste functie de pretul de vânzare. Un pret prea mic abia reuseste sa acopere cheltuielile de productie, deci beneficiul va fi mic. Un pret mediu în conditiile în care pretul concurentei este mare va duce la cel mai mare beneficiu, deoarece sunt vândute un numar mare de produse. Un pret mare, în conditiile în care pretul concurentei este mai mic, duce la un beneficiu mic, deoarece se vând putine produse. În fine, un pret mare si comparabil cu al concurentei va duce la scaderea vânzarilor ambelor întreprinderi, deci beneficiu scazut (v. Figura 2).

Beneficiul depinde neliniar de pret: la pret prea scazut, beneficiul scade (diferenta pret-cheltuieli este mica sau negativa). De asemenea, la pret prea mare, beneficiul scade - în primul rând daca concurenta are pret mai mic, dar chiar si la preturi egale, dar mari, sunt mai putini cumparatori pe piata.

La implementarea modelului clasic, s-a considerat ca fiecare firma își modifică pretul de vânzare al produsului respectiv funcție de beneficiul propriu și de pretul firmei concurente, așa cum îl determina (cu întârziere) de pe piața. Aceasta atitudine complet “neegoista” a firmei, de a modifica pretul produsului, observând valoarea beneficiului ce se obține pentru o creștere / scădere a pretului de vânzare, și încercând astfel să își maximizeze propriul beneficiu, fără a ține cont de beneficiul firmei concurente, conduce după cum era de așteptat la un sistem deosebit de stabil.

În simularile ce au urmat modelului clasic, pentru un sistem economic în care firma compară beneficiul propriu cu beneficiul pe care aceasta îl evaluează pentru concurența, sistemul își pierde din stabilitate și se vor observa frecvent apariții de bucle în variația pretului / beneficiului.

Se va presupune, ca ambele firme aplică aceeași strategie pentru ajustarea preturilor. Oricum preturile initiale de plecare $p_1[0]$ pentru prima firmă și respectiv pentru cea de-a doua firmă $p_2[0]$ pot fi diferite, ca de altfel și întârzierile cu care sunt preluate și prelucrate informațiile de pe piața. S-a notat cu t_1 întârzierea răspunsului companiei #2 la schimbările de pret ale companiei #1, și cu t_2 întârzierea răspunsului companiei #1 la schimbările de pret ale companiei #2. Cele două întârzieri nu trebuie să fie neapărat egale. Dinamica apare tocmai datorită faptului că modificările pretului sunt efectuate cu întârziere, atât pentru firma concurentă din procesul de calcul cât și pentru firma competitoră.

Pentru implementarea algoritmului a fost necesară stocarea preturilor celor două firme în două liste de lungime t_1 și respectiv t_2 , în care prima valoare din lista reprezintă pretul aplicat de firmă la momentul curent, iar ultimul pret este cel pe care îl folosește firma concurentă pentru calculul beneficiului propriu. La începutul execuției programului toate elementele listelor sunt egale cu valoarea preturilor initiale (a preturilor de plecare).

$$p_1[0] = p_1[1] = \dots = p_1[t_1], \quad p_2[0] = p_2[1] = \dots = p_2[t_2]$$

La fiecare reactualizare a pretului este necesară o deplasare spre dreapta a valorilor stocate în liste, însoțită de pierderea ultimei valori; pe prima poziție fiind introdus noul pret, calculat la momentul $t+1$.

$$p_1[t_1] = p_1[t_1 - 1], \dots, p_1[1] = p_1[0], p_1[0] = p_1[t + 1], \quad t = \overline{1, N-1}$$

$$p_2[t_2] = p_2[t_2 - 1], \dots, p_2[1] = p_2[0], p_2[0] = p_2[t + 1], \quad t = \overline{1, N-1}$$

Procesele de calcul pot fi descrise de ecuațiile generale:

$$b_1[t] = f(p_1[t], p_2[t - t_2]), \quad b_2[t] = f(p_2[t], p_1[t - t_1]) \quad \text{Ecuațiile de profit}$$

$$b_1[t+] = f(p_1[t] + incr, p_2[t - t_2]), \quad b_2[t+] = f(p_2[t] + incr, p_1[t - t_1])$$

$$b_1[t-] = f(p_1[t] - incr, p_2[t - t_2]), \quad b_2[t-] = f(p_2[t] - incr, p_1[t - t_1])$$

$$p_1[t+1] = f(p_2[t-t_2], b_1[t]), p_2[t+1] = f(p_1[t-t_1], b_2[t]) \text{ Ajustarile preturilor}$$

La momentul discret de timp t , profitul $b_1[t]$ al companiei #1 este calculat luându-se în calcul pretul actual de vânzare al companiei #1 si pretul de vânzare întârziat al competitorului $p_2[t-t_2]$.

Se estimeaza si beneficiile $b_1[t+]$ si $b_1[t-]$, ce se obtin daca se realizeaza o crestere / scadere a pretului actual de vânzare si în functie de valorile obtinute se urmareste maximizarea profitului.

Preturile de vânzare calculate la momentul urmator de timp $t+1$, sunt fixate în functie de beneficiul maxim dintre $b_1[t]$, $b_1[t+]$ si $b_1[t-]$. Prin alegerea uneia din cele trei optiuni posibile: pretul poate fi mentinut, crescut sau scazut. Aceleasi operatii sunt efectuate si pentru cealalta firma. Se poate observa cum în modelul clasic ce l-am implementat, în calculul pretului urmator nu este luat în considerare si beneficiul firmei concurente.

S-a notat cu *incr* variabila de incrementare a pretului si cu N numarul maxim pasi de calcul dupa care functionarea programului este oprita.

Algoritmul care descrie functionarea sistemului este urmatorul:

(1) Initializarea listelor de preturi pentru cele doua firme, a variabilei de incrementare a pretului si a numarului maxim de pasi de calcul N , $n \leftarrow N$;

(2) *while* ($n \geq 1$) *do*

(3) se calculeaza profiturile celor doua firme la momentul de timp t si se realizeaza o estimare a profiturilor obtinute daca pretul de vânzare este crescut sau scazut.

$$b_1[t] = f(p_1[t], p_2[t-t_2]), b_2[t] = f(p_2[t], p_1[t-t_1])$$

$$b_1[t+] = f(p_1[t] + incr, p_2[t-t_2]), b_2[t+] = f(p_2[t] + incr, p_1[t-t_1])$$

$$b_1[t-] = f(p_1[t] - incr, p_2[t-t_2]), b_2[t-] = f(p_2[t] - incr, p_1[t-t_1])$$

(4) se calculeaza noile preturi ce vor fi practicate la momentul urmator de timp $t+1$, aplicând o functie de maximizare a profitului

$$\text{If } \max\{b_1[t], b_1[t+], b_1[t-]\} = \begin{cases} b_1[t] & p_i[t+1] = p_i[t] \\ b_1[t+] & p_i[t+1] = p_i[t] + incr \\ b_1[t-] & p_i[t+1] = p_i[t] - incr \end{cases}, \text{ then } p_i[t+1] = p_i[t] + incr, i=1,2$$

(5) salveaza rezultatele în fisier

(6) $n \leftarrow n-1$, return to step 3

Evolutia beneficiului unei firme, în cadrul modelului clasic, este dictata de o singura regula de modificare a pretului de vânzare:

R: Modifica pretul companiei încercând sa maximizezi profitul acesteia.

În modelele urmatoare implementate numarul regulilor aplicate în modificarea preturilor vor creste. Partea comuna ce va ramâne aproape identica în toate modelele implementate, fiind modificata doar în ideea de accepta noile fapte din baza de cunostinte, va fi ceea în care se definesc variabilele lingvistice fuzzy (cu gradele lingvistice fuzzy si functiile de apartenenta fuzzy ce le corespund), setul de reguli fuzzy aplicat pentru calculul beneficiului, regulile de fuzzificare / defuzzificare a datelor, precum si regulile de citire / scriere în fisiere si de control al executiei programului.

În fiecare varianta de model implementata s-au facut modificari majore în setul de reguli pentru controlul calculului beneficiilor si setul de reguli de modificare a preturilor. Nivelele de prioritate au fost si ele modificate si restructurate de fiecare data când în ordinea de executie a regulilor s-au introdus noi reguli, impuse de "sarcinile" suplimentare de efectuat.

Descrierea variabilelor lingvistice fuzzy si a setului de reguli fuzzy aplicate pentru calculul beneficiului dinamica (v. Raportul GAR 155/2003)

Pentru implementarea modelului economic pot fi propuse o varietate de functii. Reprezentarea analitica prin ecuatii algebrice diferentiale în procesele de control si de luare a deciziei se dovedeste a fi de cele mai multe ori dificila. Una dintre cele mai bune reprezentari este cea bazata pe reguli, prin însasi faptul ca se apropie de modul de gândire cognitiv al omului, permitând enuntarea de reguli adaptate unor conditiilor specifice, în care sunt prezente si notiuni vagi, imprecise.

O descrie rezonabila a felului în care trebuie estimat profitul, atunci când se tine cont de pretul produsului unei firme p_1 si pretul de vânzare al competitorului p_2 ar putea fi urmatorul:

Daca valoarea curenta a pretului firmei p_1 este *medie*
si valoarea întârziata a pretului practicat de concurenta p_2 este *mare*,
atunci se estimeaza beneficiul ca fiind "oarecum" *ridicat*.

În regula de mai sus se poate observa prezenta variabilelor lingvistice fuzzy *pret* si *beneficiu*, în partea premise si cea de actiuni a regulii, a gradelor lingvistice fuzzy asociate acestora: *medie*, *mare*, *ridicat*; precum si a modifierilor lingvistici ce pot fi asociati gradelor lingvistice fuzzy (*somewhat* ? oarecum, *more-or-less* ? mai mult sau mai putin; *very* ? foarte; *slightly* ? usor; *above* ? mai sus de; *below* ? mai jos de).

Fuzzificarea variabilei lingvistice pret s-a realizat pentru universul de discurs [0 25] si gradele lingvistice S - scazut, M - mediu si R - ridicat a caror functii de

apartenenta triunghiulare au fost reprezentate în fig.3. La definirea acestora s-a urmarit realizarea unei suprapuneri ne-perfecte între functiile de apartenenta. În forma condensata uzuala din Fuzzy-CLIPS functiile de apartenenta sunt reprezentate astfel: $S = 1/3 + 0/10$; $M = 0/5 + 1/8 + 0/21$; $R = 0/10 + 1/25$.

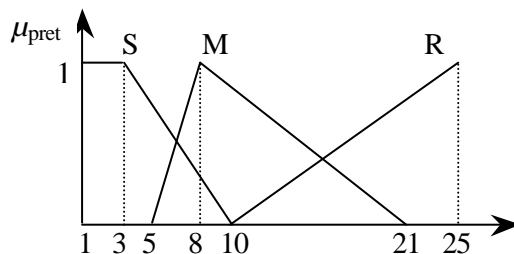


Fig. 2. Functiile de apartenenta ale variabilei lingvistice "pret"

Ecuatiile ce descriu functiile de apartenenta a variabilei "pret" sunt urmatoarele:

$$\mu_L(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } x \in [0,3] \\ 1 - \frac{x-3}{7} & \text{for } x \in [3,10] \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

$$\mu_H(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x-10}{15} & \text{for } x \in [10,25] \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

$$\mu_M(x) = \begin{cases} \frac{x-5}{3} & \text{for } x \in [5,8] \\ 1 - \frac{x-8}{13} & \text{for } x \in [8,21], \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Pentru variabila lingvistica fuzzy beneficiu s-au folosit 5 grade lingvistice fuzzy: FS - foarte scazut, S - scazut, M - mediu, R - ridicat, FR - foarte ridicat. Graficul acestor functiilor de apartenenta este aratat în fig.4. În notatie compresata functiile de apartenenta pentru "profit" pot fi reprezentate astfel: $FS = 1/-25 + 0/25$; $S = 0/15 + 1/25 + 0/35$; $M = 0/25 + 1/43 + 0/45$; $R = 0/35 + 1/55 + 0/60$; $FR = 0/45 + 1/65$

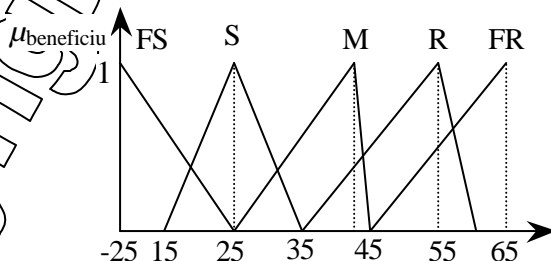


Fig. 3. Functiile de apartenenta ale variabilei lingvistice "beneficiu"

Ecuatiile ce descriu functiile de apartenenta ale beneficiului sunt urmatoarele:

$$\begin{aligned}
 m_{VL}(x) &= \begin{cases} 1 - (x + 25)/50 & \text{for } x \in [-25, 25] \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} & m_L(x) &= \begin{cases} (x - 15)/10 & \text{for } x \in [15, 25] \\ 1 - (x - 25)/10 & \text{for } x \in [25, 35] \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \\
 m_M(x) &= \begin{cases} (x - 25)/18 & \text{for } x \in [25, 43] \\ 1 - (x - 43)/2 & \text{for } x \in [43, 45] \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} & m_H(x) &= \begin{cases} (x - 35)/20 & \text{for } x \in [35, 55] \\ 1 - (x - 55)/5 & \text{for } x \in [55, 60] \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \\
 m_{VH}(x) &= \begin{cases} (x - 45)/15 & \text{for } x \in [45, 60] \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Tabel 1- Regulele de modificare a beneficiului, functie de pretul firmei P1 si de pretul concurentei P2

P1 \ P2	Scazut	Mediu	Ridicat
Scazut	M	More or less M	FR
Mediu	S	R	Somewhat R
Ridicat	FS	S	S

De notat ca acest tabel de reguli determina si caracterul nelinier nemonoton al functiei intrare-iesire al sistemului si ca urmare, va permite aparitia unei dinamici neliniare în bucle ce include sistemul.

Fuzzy-CLIPS-ul ofera o set predefinit de modifcatori fuzzy, care altereaza (modifica) graficul functiei de apartenenta, la care utilizatorul poate adauga un set nou de modifcatori în cazul în care considera ca nici unul dintre cei predefiniti nu este adaptat cerintelor sale.

Modificarea functiei de apartenenta original, careia i s-a aplicat un modifcator fuzzy se face în acord cu ecuatia generala:

$$\text{modifier} \otimes \text{membership function} = \varphi(\mu(x))$$

$$\text{unde } \varphi_{\text{very}}(y) = y^2, \varphi_{\text{more-or-less}}(y) = \sqrt{y}, \varphi_{\text{somewhat}}(y) = y^{0.333}$$

Ca rezultat al aplicarii mai multor regulilor fuzzy se obtine o functie de apartenenta de iesire (pentru beneficiu), pentru care se calculeaza o valoare crisp (numerica) prin aplicarea operatiei de defuzzificare "centru de greutate". Operatorul de defuzzificare "centru de greutate" este definit prin ecuatia:

$$y_{c.o.g.}(\mu(\cdot)) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} y \cdot \mu(y) \cdot dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu(y) \cdot dy}$$

Fuzzy-CLIPS-ul pune la dispozitie si o alta metoda de defuzzificare numita “moment-defuzzify”, care furnizeaza valori crisp usor diferite de metoda clasica a centrului de greutate.

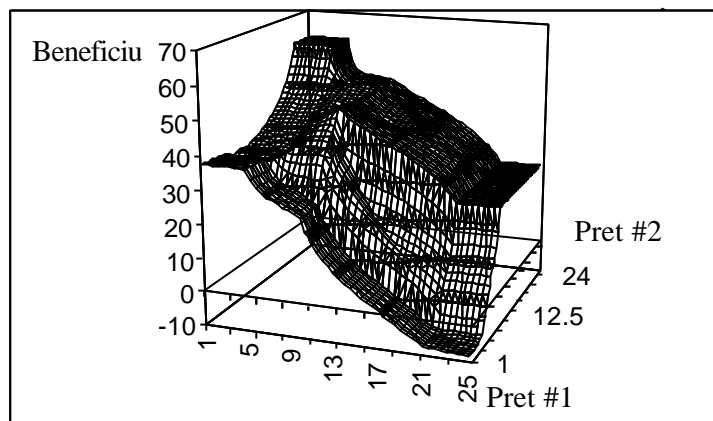


Fig. 4. – Variatia beneficiului functie de pretul firmei concurente (v. **Raport GAR 155/2003**)

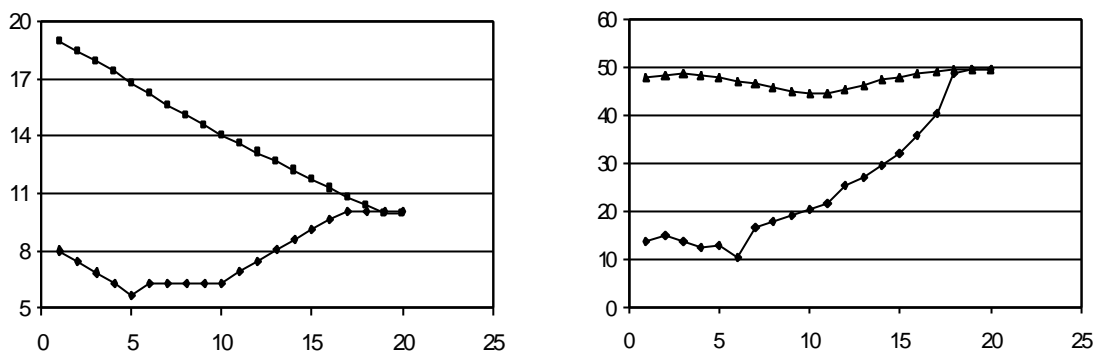
Dupa aplicarea defuzzificarii, cele mai multe sisteme functioneaza ca niste sisteme clasice, numerice (non-fuzzy). Se reprezinta în fig.6. evolutia graficului de variatie a beneficiului, având pe o axa pretul de vânzare a firmei si pe cealalta pretul de vânzare al concurenteii.

Rezultatele furnizate de modelul clasic

Dupa cum era de asteptat simularile efectuate asupra modelului clasic au demonstrat ca acesta este deosebit de stabil. Pentru preturi de start cu valori apropiate, dar si pentru preturi între care sunt diferente mai mari (ca si în graficele de mai jos), sistemul are tendinta sa se stabilizeze dupa un numar mediu de 20-30 pasi de calcul. S-au facut reprezentari pentru situatia când modelul clasic are ca parametri de start preturile de vânzare $p_1 = 19$ si $p_2 = 8$, cu întârzierile $t_1 = 3$ si $t_2 = 2$.

Chiar si pentru întârzieri mari timpii de stabilizare sunt foarte buni; de exemplu pornind cu aceleasi preturi de vânzare initiale $p_1 = 19$ si $p_2 = 8$, dat cu întârzierile $t_1 = 10$ si $t_2 = 8$, sistemul se stabilizeaza dupa $n=39$ de pasi.

Pentru întârzieri si mai mari $t_1 = 16$ si $t_2 = 16$, increment =0.4, sistemul se stabilizeaza practic dupa $n=55$ pasi când preturile de vânzare ajung la $p_1 = 10$ si $p_2 = 9.8$, sistemul mai având mici fluctuatii pâna la $n=67$ pasi când executia programului se opreste cu aceleasi valori de vânzare.



a)
Fig. 5. Variatia preturilor a) si a beneficiilor b) în modelul clasic
când preturile de plecare sunt $p_1 = 19$ si $p_2 = 8$, iar întârzierile $t_1 = 3$ si $t_2 = 2$

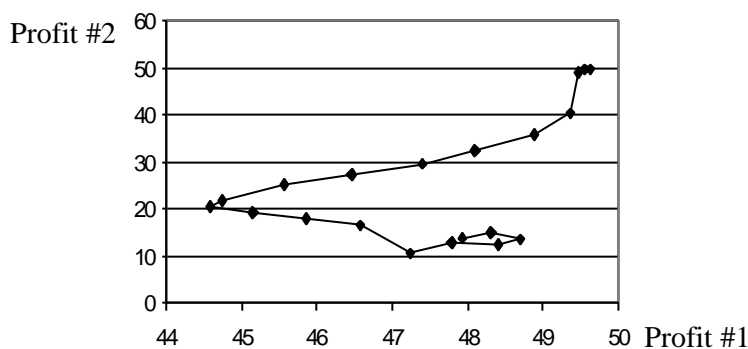


Fig. 6. Graficul de co-evolutie a profitului, obtinut pe baza datelor de la Fig.5 - b)

4. Implementarea altor modele pornind de la modelul clasic

În modelele ce au fost dezvoltate pe nucleul modelului clasic, s-a considerat ca actiunile unei companii sunt bazate pe invidie. Strategia companiei va consta în ajustarea pretului produsului sau, în functie de pretul de vânzare al competitorului pentru acelasi produs, dar si în functie de beneficiul concurentei. Schimbarea pretului este raspunsul companiei la conditiile de pe piata si reflecta strategia companiei de a tinti spre un anumit profit la un moment de timp dat.

Evolutia beneficiului unei firme, în cadrul noilor modele implementate, va fi dictata de mai multe reguli de modificare a pretului de vânzare:

R1: *Daca beneficiul propriu este mai mic decât cel al firmei concurente si pretul de vânzare propriu este mai mic decât al celeilalte companiei, atunci creste pretul de vânzare al produsului.*

R2: *Daca beneficiul propriu este mai mic decât cel al firmei concurente si pretul de vânzare propriu este mai mare decât al celeilalte companiei, atunci scade pretul de vânzare al produsului.*

R3: *Daca* beneficiul propriu este mai mare decât cel al firmei concurente,
atunci scade pretul de vânzare al produsului

Cea din urma regula R3 are ca scop principal atragerea a mai multi cumparatori prin scaderea pretului propriu de vânzare. Primele doua reguli R1 si R2 vizeaza atingerea cât mai rapida a aceluiasi profit ca si firma concurenta prin apropierea preturilor de vânzare practicate.

Pentru modelul descris mai sus s-a realizat si o varianta în care pentru fiecare firma s-a stabilit o întârziere dupa care aceasta scade pretul produsului si o alta dupa care aceasta creste pretul de vânzare (având un numar total de 4 variabile pentru întârzieri). Chiar daca pentru unele cazuri sistemul intra în bucle, acesta manifesta o stabilitate pentru marea majoritate a cazurilor.

O alta varianta a constat în modificarea actiunii regulii R3 de a creste pretul de vânzare, pentru a studia si în aceasta situatie comportamentul sistemului.

R3: *Daca* beneficiul propriu este mai mare decât cel al firmei concurente,
atunci creste pretul de vânzare al produsului.

Ca solutie finala s-a hotarât ca în cazul în care firma are un beneficiu mai mare decât al concurenteii, aceasta sa faca o analiza a evolutiei beneficiului daca pretul de vânzare al produsului este crescut | scazut | mentinut si sa aleaga solutia care îi maximizeaza profitul.

O alta problema care a trebuit remediata, a fost aceea ca în regulile R1 si R2 se compara profitul unei firme direct cu profitul concurenteii, fara a se tine cont de faptul ca în calculul beneficiului pentru fiecare firma se manifesta o întârziere a raspunsului acesteia la schimbarile de pret efectuate de compania competitoare. În aceste conditii beneficiul actual al unei firmei trebuia comparat cu beneficiul “întârziat” al concurenteii calculat pe baza întârzierii cu care sunt procesate datele.

În toate modelele implementate s-a presupus ca ambele firme aplica aceiasi strategie si s-a calculat profitul acestora pe baza acelorasi reguli fuzzy si cu variabile lingvistice fuzzy descrise prin acelasi set de functii de apartenenta. Nu s-au utilizat reguli si seturi fuzzy diferite pentru fiecare firma pentru a nu exista suspiciunea ca buclele de decizie ale sistemului expert au fost cauzate de aceste diferente.

Regulile R1, R2, R3 în forma lor finala arata astfel:

R1: *Daca* beneficiul propriu al firmei este mai mic decât beneficiul “întârziat” al concurenteii (calculat pe baza întârzierii raspunsului firmei)
si pretul de vânzare propriu este mai mic decât al celeilalte companiei,
atunci creste pretul de vânzare al produsului.

R2: *Daca* beneficiul propriu al firmei este mai mic decât beneficiul “întârziat” al concurenteii (calculat pe baza întârzierii raspunsului firmei)
si pretul de vânzare propriu este mai mare decât al celeilalte companiei,
atunci scade pretul de vânzare al produsului.

R3: *Daca* beneficiul propriu este mai mare decât cel al firmei concurente,

atunci se evalueaza profiturile obtinute pentru o crestere / scadere a pretului de vânzare al produsului si se alege solutia ce maximizeaza profitul.

Ecuatiile generale ce descriu procesele de calcul sunt urmatoarele:

Ecuatiile de profit:

$$b_1[t] = f(p_1[t], p_2[t - t_2]), \quad b_2[t] = f(p_2[t], p_1[t - t_1])$$

$$b_{1\text{ delayed}}[t] = f(p_1[t - t_1], p_2[t]), \quad b_{2\text{ delayed}}[t] = f(p_2[t - t_2], p_1[t])$$

Ecuatiile de profit pentru cresterea / scaderea pretului de vânzare:

$$b_1[t+] = f(p_1[t] + incr, p_2[t - t_2]), \quad b_2[t+] = f(p_2[t] + incr, p_1[t - t_1])$$

$$b_1[t-] = f(p_1[t] - incr, p_2[t - t_2]), \quad b_2[t-] = f(p_2[t] - incr, p_1[t - t_1])$$

Ajustarile preturilor:

$$p_1[t+1] = f(p_2[t - t_2], b_1[t], b_{2\text{ delayed}}[t]), \quad p_2[t+1] = f(p_1[t - t_1], b_2[t], b_{1\text{ delayed}}[t])$$

Algoritmul care descrie functionarea sistemului este urmatorul:

- (1) Initializarea listelor de preturi pentru cele doua firme, a variabilei de incrementare a pretului si a numarului maxim de pasi de calcul N , $n \leftarrow N$;
- (2) *while* ($n \geq 1$) *do*
- (3) se calculeaza profitul pentru fiecare firma la momentul de timp t , respectiv profitul "întârziat" al firmei concurente;

$$b_1[t] = f(p_1[t], p_2[t - t_2]), \quad b_{2\text{ delayed}}[t] = f(p_2[t - t_2], p_1[t])$$

$$b_2[t] = f(p_2[t], p_1[t - t_1]), \quad b_{1\text{ delayed}}[t] = f(p_1[t - t_1], p_2[t]).$$
- (4) se modifica preturile de vânzare aplicând *Strategia F* (regulile R1, R2, R3)
- (5) salveaza rezultatele în fisier
- (6) $n \leftarrow n - 1$, *return to step 3*

Strategy f – aplicata pentru compania #1

$$p_1[t+1] = f(p_2[t - t_1], b_1[t], b_{2\text{ delayed}}[t])$$

if $b_1[t] < b_{2\text{ delayed}}[t]$ // beneficiu mai mic decât al concurenteii
 then if $p_1[t] \leq p_2[t - t_2]$
 then $p_1[t+1] = p_1[t] + incr$
 else $p_1[t+1] = p_1[t] - incr$

if $b_1[t] \geq b_{2\text{ delayed}}[t]$ // beneficiu mai mare decât al concurenteii
 then în acord cu strategia companiei se calculeaza beneficiile
 $b_1[t+] = f(p_1[t] + incr, p_2[t - t_2]), \quad b_1[t-] = f(p_1[t] - incr, p_2[t - t_2])$
 si se stabileste pretul $p_1[t+1]$ în functie de maximul obtinut din beneficiile calculate anterior $\max\{b_1[t], b_1[t+], b_1[t-]\}$.

$$\text{If } \max \{b_1[t], b_1[t+], b_1[t-]\} = \begin{cases} b_1[t] & p_1[t+1] = p_1[t] \\ b_1[t+] & p_1[t+1] = p_1[t] + \text{incr} \\ b_1[t-] & p_1[t+1] = p_1[t] - \text{incr} \end{cases}, \text{ then}$$

Strategia F aplicata celei de-a doua firme se obtine schimbând valorile de 1 cu 2 si invers, din indicii ecuatiilor.

Pentru modelul descris de algoritmul de mai sus la fiecare moment discret de timp t , este calculat profitul $b_1[t]$ al companiei #1 luându-se în calcul pretul actual de vânzare al companiei #1 si pretul de vânzare întârziat al competitorului $p_2[t - t_2]$, dar si profitul “întârziat” al concurenteii $b_{2,\text{delayed}}[t]$ pe baza acelorasi valori ale preturilor.

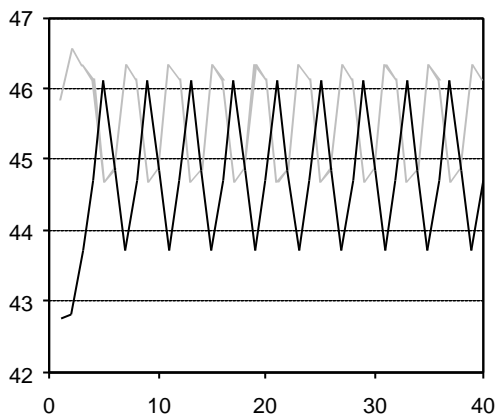
Daca în urma comparatiei, profitul firmei este mai mic decât profitul pe care aceasta îl estimeaza pentru concurenta, atunci se apropie pretul de vânzare al firmei de pretul “întârziat” practicat de concurenta (daca pretul este mai mic, atunci va fi crescut si invers). Daca profitul actual al firmei este mai mare decât profitul estimat al concurenteii atunci se face o estimare a profiturilor ce s-ar obtine daca pretul de vânzare este crescut /scazut $b_1[t+]$ si $b_1[t-]$, si în functie obtinute se urmareste maximizarea profitului.

Preturile de vânzare calculate la momentul urmator de timp $t+1$, sunt fixate în functie de beneficiul maxim dintre $b_1[t]$, $b_1[t+]$ si $b_1[t-]$. Prin alegerea uneia din cele trei optiuni posibile: pretul poate fi mentinut, crescut sau scazut.

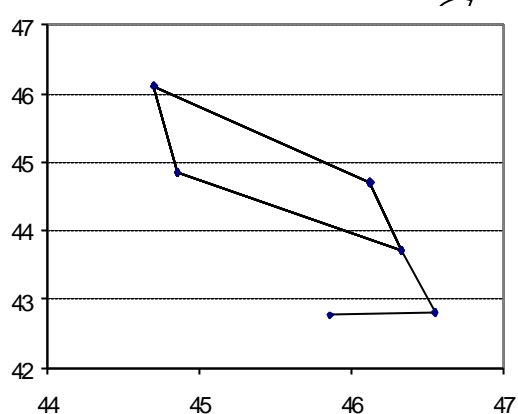
Aceleasi operatii sunt efectuate si pentru cealalta firma.

Se poate observa cum din modelul clasic, a fost pastrata doar functia de maximizare a profiturilor (regula R3- care include în interiorul sau alte trei subreguli).

Vom reprezenta mai jos trei situatii pentru care în evolutia beneficiului pot fi observate producerea de bucle. În prima situatie pentru preturile de plecare sunt $p_1 = 8$, $p_2 = 10$ si întârzierile $t_1 = 2$, $t_2 = 2$ sistemul se stabilizeaza rapid, buclele în care preturile vor fluctua au perioada 4. În cea de-a doua situatie pentru aceleasi preturi de plecare $p_1 = 8$, $p_2 = 10$, dar pentru întârzierile $t_1 = 3$, $t_2 = 2$ sistemul va intra într-o bucla stabila de perioada 2, dupa un regim tranzitoriu relativ scurt. Pentru ultima situatie, preturile de plecare sunt $p_1 = 8$, $p_2 = 20$ si întârzierile $t_1 = 4$, $t_2 = 3$ sistemul se va stabili într-o bucla de perioada 7 (5.2; 5.6; 5.2; 5.6; 5.2; 4.8; 4.8), dupa un regim tranzitoriu lung.

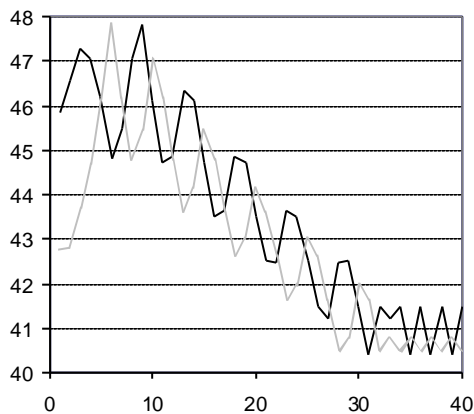


a)

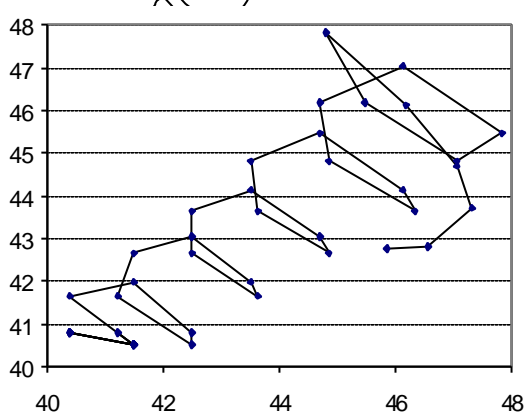


b)

(a), (b) Întârzieri: 2, 2; increment 0.4, preturi initiale 8, 10. Bucla finala pret #1 (8.4, 8.8, 9.2, 8.8), bucla finala pret #1 (8.8, 9.2, 9.6, 9.2), de perioada 4.

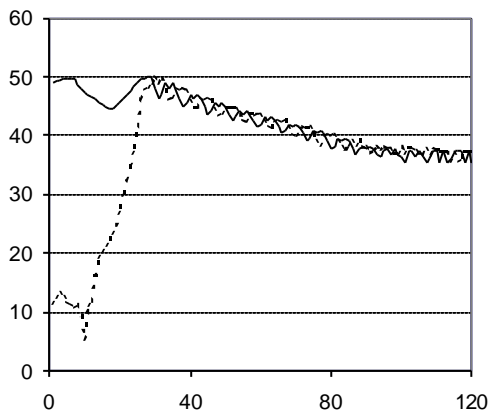


c)

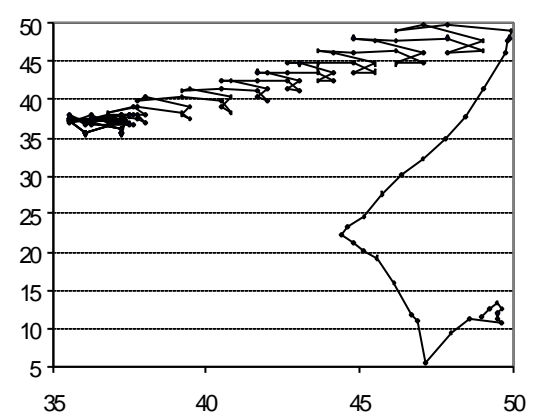


d)

(c), (d) Întârzieri: 3, 2; increment 0.4, preturi initiale 8, 10. Bucla finala preturi firma #1 si firma #2 loops: (7.2, 7.6)



e)



f)

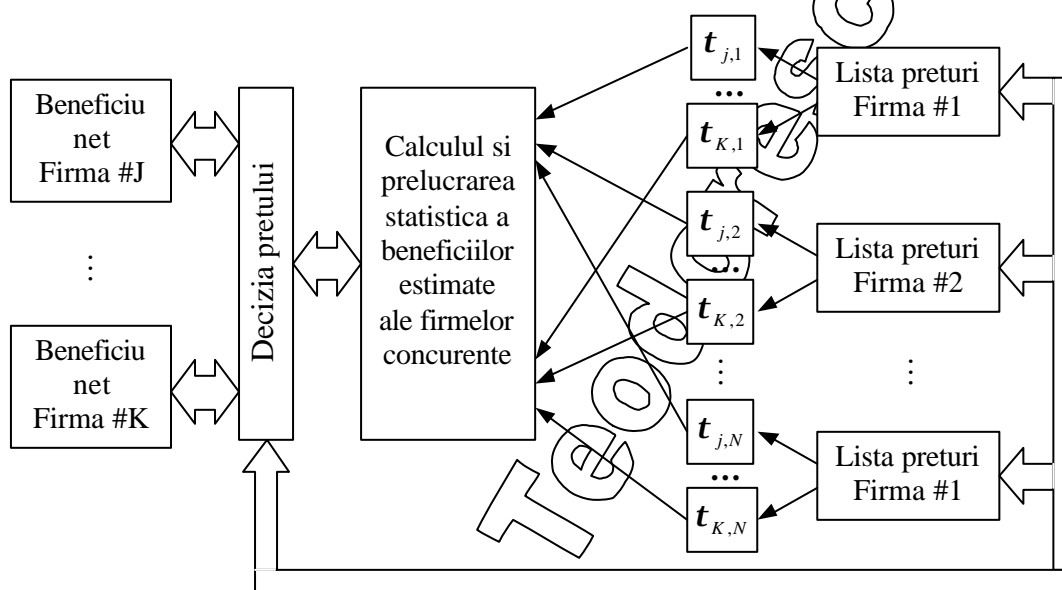
(e), (f) Întârzieri 4, 3; increment 0.4; preturi initiale 8, 20; Bucla stabila de perioada 7, dupa 112 pasi de calcul

Fig. 7. – Profit co-evolution

Copy

Directii viitoare (pentru 2004, in conditiile finantarii)

Ne propunem generalizarea modelului economic implementat, astfel încât acesta sa accepte un numar N mai mare de firme. Pentru aceasta ar trebui sa avem o matrice a întârzierilor raspunsurilor fiecărei firme la modificarile preturilor firmelor concurente. Profiturile "întârziate", pe care o firma le estimeaza pentru companiile concurente, ar trebui sa fie prelucrate statistic (ne putem raporta la valoarea medie a acestora, la valoarea de maxim sau de minim etc.) si valoarea rezultata va fi comparata cu beneficiul net calculat pentru acea firma, în vederea luării deciziei noului pret de vânzare ce va fi practicat pe piata. Diagrama generala a unui astfel de sistem economic cu N firme ar trebui sa arate în felul urmator:

Fig. 8. – Diagrama sistemului generalizat pentru N firme**Concluzii**

Un astfel de sistem economic în care procesul de luare a deciziei se realizează în condiții de imprecizie, incertitudine poate fi util în managementul unei firme și poate fi dezvoltat pentru a simula prin metode fuzzy evoluția firmei (firmelor) concurente și pentru a calcula beneficiul obținut de firma, în corelație cu evoluția competitorilor data de modelul economic fuzzy.

Rezultatele obținute indică o comportare dinamică netrivială, cu corelarea beneficiului firmelor, chiar și pentru un sistem economic ce include doar două firme (cum era de așteptat), această corelare fiind fie asimptotic constantă, fie instabilă. Graficele ilustrate indică o corelare oscilantă pentru unele cazuri (Figura 7).

Rămâne ca fiecare firmă să își studieze modelul și să aleagă (dacă este posibil) parametrii care îi maximizează beneficiul integral (pe o durată dată de timp, deci pentru un orizont temporal fixat). Alte criterii de optim pot fi de asemenea imaginate. Fapt este că optimul își pierde caracterul static, conform stadiului actual al cunoștințelor, impunându-se considerarea unui optim al dinamicii, pe termen dat.